Estabilidad y Complejidad

Máster en Matemática 08-09

Universidad de La Laguna

La Laguna, 6 de noviembre de 2008

“Estabilidad” versus “Complejidad”*

Tema fundamental en ecología de poblaciones: ¿la complejidad de una red trófica incrementa la estabilidad de la comunidad?

• [C. Elton]

⋆ En la naturaleza la configuración de las poblaciones es más estable en sistemas complejos que simples.

⋆ Modelos de laboratorio conducen a oscilaciones violentas en las poblaciones.

⋆ Modelos matemáticos simples “presa depredador” conducen a inestabilidades/oscilaciones (Lotka-Volterra).

*R. May, “Stability and Complixity in Model Ecosystems”. Princenton Un. Press, N. J., 2000.

⋆ Plantaciones de cultivo, huertos, ecosistemas insulares se muestran mucho más vulnerables que los sistemas más complejos.

⋆ Las selvas tropicales (“rain forests”) son el paradigma de sistemas complejos estables.

⋆ Los “arrecifes de coral” son otro ejemplo de sistema complejo.

- Charles Elton (1900-1991), zoólogo, consultor de la "Hudson Bay Company" (1926-31).

- Fundador de la "Bureau of Animal Populations" en Oxford.

- Autor de "Animal Ecology" (1927) y "The ecology of Invasions by Animals and Plants" (1958).

• [Hutchinson] Las notables oscilaciones observadas en muchas especies boreales: un síntoma de ausencia de un número suficiente de especies que hagan de efecto “freno” (damping).

• [Mac Arthur] La estabilidad de un red trófica es proporcional al logaritmo del número de especies. . .

Contrapartidas

• [Watt] Las plagas (langostas, saltamontes, roedores, orugas y otros deforestadores de bosques) son inestabilidades severas de los ecosistemas. Sin embargo, muchas de las especies que integran las plagas poseen un enorme número de depredadores. Por ejemplo los saltamontes son depredados por: patógenos, ácaros, nematodes, arañas, avispas, tachínidos y sarcofágicos voladores, parásitos de los huevos, mantis religiosas, mamíferos, serpientes, pájaros. . . .

• No todos los sistemas de laboratorio son inestables: experimentos con un número bajo de bacterias, con algún tipo de paramecio como depredador.

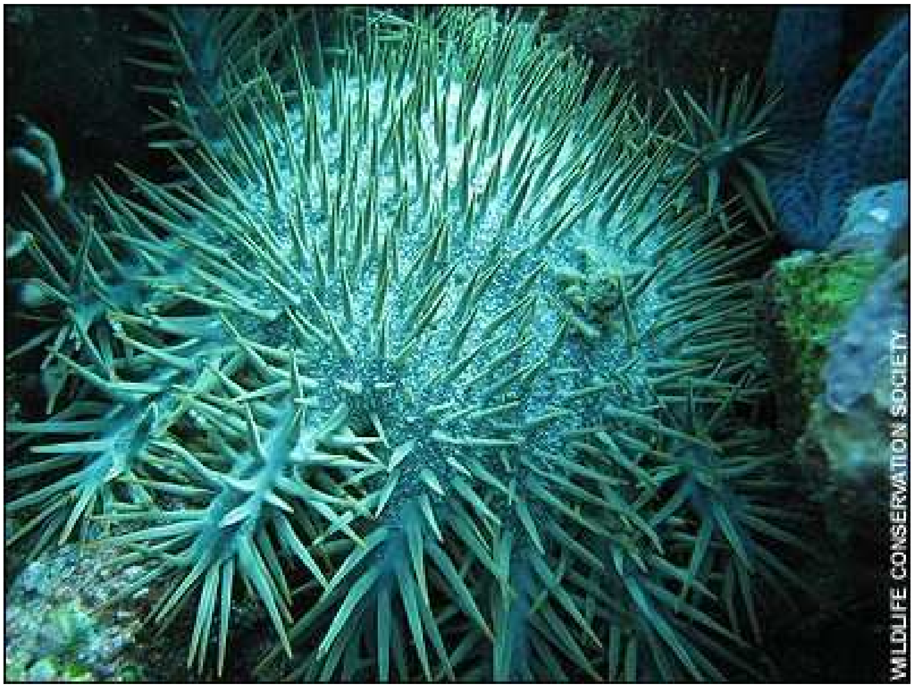
• No todas las comunidades de pocas especies son inestables: especies de lepidópteros y sus depredadores.

• Algunas comunidades marinas intertidales han probado ser críticamente inestables a la supresión de una sola especie de la red trófica, llevando a una caída global en el número de efectivos de otras especies.

• El problema de las invasiones. Complejos sistemas continentales (América del Norte) han sido críticamente afectados por la adición (intrusión) de nuevas especies: escarabajo japonés, poliya "gypsy" europea, parásito oriental del castaño. Más exactamente, la intromisión de una nueva especie ha llevado a la reconfiguración completa de la red.

• Un ejemplo de comunidad compleja que se demostró altamente vulnerable a una plaga: la Gran Barrera de Australia.

Reflexión La cuestión debe reorientarse a: ¿Cómo debe ser la estructura de una red compleja –v. g. el número y funcionalidad de los diversos "nodos"– para que sea estable frente a perturbaciones? Esta cuestión abarca incluso a la propia `www`.



• Estrella de mar “crown of thorns” starfish (“acanthaster planci”), plaga de la Gran Barrera de Coral en Australia. Devastó los arrecifes a partir de 1963.

• 12-19 brazos, 45 cm de diámetro. Depredador: “tritón del Pacífico”.

• La plaga en expansión a principios de 1970, decayendo a finales de los 70.

Un ejemplo de May.

• Si los modelos matemáticos simples presa-depredador son inestable, el aumentar el número n de presas y depredadores no lo vuelve más estable. Antes al contrario, la inestabilidad se magnifica.

Sistema con n presas $N_1, \ldots, N_n$ y n depredadores $P_1, \ldots, P_n$:

$$\begin{cases} \dfrac{dN_i}{dt} = N_i \left[a_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} P_j \right] \\ \dfrac{dP_i}{dt} = P_i \left[\sum_{j=1}^n b_{ij} N_j - b_i \right] \end{cases}$$

• Red trófica con n^2 links.

Equilibrio:

$$\begin{cases} AP^* = a \\ BN^* = b, \end{cases} \qquad a = \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}, \quad ba = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix},$$

con $N^* = (N_1^*, \ldots, N_n^*)$, $P^* = (P_1^*, \ldots, P_n^*)$.

Matriz de la comunidad:

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 0 & -A^* \\ B^* & 0 \end{pmatrix},$$

con

$$A^* = \begin{pmatrix} P_1^* & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & P_n^* \end{pmatrix} A \qquad B^* = \begin{pmatrix} N_1^* & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & N_n^* \end{pmatrix} B.$$

$\star$ $\det\mathcal{A} \neq 0$, pero:

$$\text{traza}\mathcal{A} = 0.$$

$\star$ Cuanto mayor es n tanto mayor es la posibilidad de existencia de autovalores λ de $\mathcal{A}$ con la parte real positiva.