Modelos Matemáticos y Cálculo Numérico **Curso 2008-2009**
Ejercicio 4

Poblaciones estructuradas por edades

$\star$) Se considera la ecuación de renovación:

$$B(t) = \int_0^t K(a)B(t-a)\;da + f(t),$$

en la que K y f son continuas y acotadas en $[0, \infty)$.

1) Para cada $T > 0$ se considera el espacio $X_T := C[0, T]$ y el operador $\mathcal{T} : X_T \to X_T$ definido por:

$$\mathcal{T}(B)(t) = \int_0^t K(a)B(t-a)\;da + f(t).$$

Introduciendo en X_T la norma $\|B\|_c = \sup e^{-ct}|B(t)|$ probar que $\mathcal{T}$ define una contracción en X_T.

2) Probar que la ecuación de renovación admite una única solución $B(t)$ definida en $[0, \infty)$.

3) Probar la existencia de M y ω positivas tales que la solución cumple:

$$|B(t)| \leq Me^{\omega t}.$$